

Resolução de problemas matemáticos: concepções e precursores

Problem Solving: conceptions and precursors

Elielson Magalhães Lima^{1*}, Beatriz Vargas Dorneles²

RESUMO

O presente artigo apresenta uma revisão bibliográfica de abordagem qualitativa com o objetivo de mostrar as concepções, os trabalhos relacionados à resolução de problemas com o foco na educação matemática e as habilidades cognitivas que aparecem na literatura como precursores na realidade brasileira. Inicialmente, apresenta-se as concepções de resolução de problemas com ênfase no ensino de matemática. Para tal, realizou-se uma pesquisa na base de dados Periódico Capes, utilizando o critério de data de publicação de janeiro de 2016 até maio de 2021. Foram encontrados 42 artigos, usando os seguintes critérios: Resolução de Problemas e Educação Matemática como tópicos; e Português como idioma. Foram encontrados seis trabalhos que mostram desde mapeamentos de pesquisas anteriores até relatos de experiências com resolução de problemas. A seguir, apresentamos as poucas pesquisas que trazem as habilidades cognitivas como precursoras na resolução de problemas, sendo que as habilidades gerais que aparecem como precursoras na literatura foram a memória de trabalho e a consciência fonêmica e a habilidade específica que aparece é a estimativa numérica.

Palavras-chave: Resolução de problemas matemáticos; Habilidades predictoras; Concepções na resolução de problemas.

ABSTRACT

This chapter presents a literature review with a qualitative approach in order to show the concepts, the work related to problem solving with a focus on mathematics education and the cognitive skills that appear in the literature as precursors. Initially, problem solving concepts are presented with an emphasis on the teaching of mathematics. To this end, a search was carried out in the Capes Journal database, using the criterion of publication date from January 2016 to May 2021. 42 articles were found, using the following criteria: Problem-solving and Mathematics Education as topics; and Portuguese as the main language. Six articles were found that show from mappings of previous research to reports of experiences with problem-solving. Next, we present the few research that bring cognitive skills as precursors in problem-solving, and the general skills that appear as precursors in the literature, which are working memory and phonemic awareness, and the specific skill, which is numerical estimation.

Keywords: Mathematical problem-solving; Predictive skills; Conceptions in problem-solving.

¹ Universidade Estadual de Alagoas

*E-mail: elielson@uneal.edu.br

² Universidade Federal do Rio Grando do Sul

INTRODUÇÃO

A matemática surgiu através da necessidade do homem primitivo de solucionar situações cotidianas (contagem de rebanhos, divisão de terras, cálculo de créditos). Além disso, ela também está inserida diretamente em estudos envolvendo outras áreas científicas, tais como: Física, Química, Astronomia; e também em problemas relacionados a investigações matemáticas (BRASIL, 1998). Ela é de suma importância em diversos aspectos da vida contemporânea desde avanços na tecnologia a situações do dia a dia, uma vez que é através do conhecimento dessa ciência que o homem amplia suas habilidades e desenvolve a capacidade de resolver problemas, pensando criticamente, levantando questionamentos e argumentando coerentemente. Dessa forma, desenvolve a capacidade de agir com mais naturalidade nas situações cotidianas que envolvem números, transformando a realidade em que vive.

Esse desenvolvimento inicial da matemática foi impulsionado por problemas que apareciam no decorrer do dia a dia do ser humano. Com isso, o indivíduo a utilizava ou tentava aprimorá-la para elucidar as indagações que apareciam. Com o passar dos tempos e das constantes modificações sociais, a matemática passou a ser umas das disciplinas fundamentais de ensino nas escolas.

Nas últimas décadas, pesquisas sobre o ensino da matemática se voltaram para o seu letramento, sendo o professor o mediador desse processo. Para que essa mediação ocorra de forma satisfatória é necessário que o professor conheça a metodologia necessária para ensinar e os conteúdos que serão repassados aos alunos (NUNES; SOUZA, 2008). Dentre as metodologias propostas para o ensino da matemática, destaca-se a resolução de problemas. Tal metodologia ganhou destaque internacionalmente no final dos anos 70 e surgiu no Brasil na segunda metade da década de 80, como uma orientação para a aprendizagem que proporciona a assimilação de conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1998; ONUCHIC, 1999).

A metodologia da resolução de problemas permite ao aluno aprender a aprender a matemática, ou seja, de maneira autônoma, o estudante precisa saber não só o que, mas também precisa saber como estudar. Com isso, as explicações e demonstrações orais, seguidas de exercícios para a memorização do conteúdo darão espaço a busca por soluções por parte dos alunos mediadas pelo professor, a fim de formar associações do conhecimento e letramento matemático à realidade. Cabe à escola promover a visão de

que os alunos podem produzir matemática através de suas concepções práticas para a resolução de problemas do dia a dia (NUNES; SOUZA, 2008).

Trazendo uma visão geral do ensino de matemática nas escolas estadunidenses, Lambdin e Walcott (2007) identificaram que o ensino de matemática apresentou seis fases com diferentes ênfases: Exercício e prática (1920 – 1930); Aritmética significativa (1930 – 1950); Matemática Moderna (1960 – 1970); Volta às bases (1970); Resolução de problemas; Padrões e responsabilidade (1990 até o presente). Os autores destacam que a resolução de problemas tem sua fase iniciada por volta de 1980, tendo como base o Construtivismo, a Psicologia Cognitiva e a Teoria Sociocultural, trazendo como seu principal teórico Vygotsky e tendo os processos de pensamento matemático como foco. Assim, agindo no ensino de matemática com o retorno à aprendizagem por descoberta e a aprendizagem através da resolução de problemas.

Esse artigo consiste em um estudo bibliográfico com o objetivo de mostrar conceitos, concepções e trabalhos relacionados à resolução de problemas na literatura brasileira. A escolha por este percurso metodológico se deu pelo interesse em conhecer e analisar a contribuição dos estudos sobre resolução de problemas no ensino da matemática e suas diferentes concepções. A pesquisa bibliográfica permite ao pesquisador fornecer informações contextualizadas do problema, apontando e discutindo possíveis soluções a serem realizadas (GIL, 2008).

CONCEPÇÕES DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Nesse artigo consideramos que um problema é uma situação que cria um obstáculo a vencer, que relaciona a busca dentro de tudo o que se sabe e que leva a decidir em cada caso aquilo o que é mais pertinente para resolvê-lo (PRADO; ALLEVATO, 2010). Partindo dessa ideia de problema, encontra-se na literatura denominações diferentes de resolução de problemas que caracterizam três tipos de concepções em relação ao ensino que serão descritas a seguir.

Na primeira concepção, ensinar *sobre* resolução de problemas, o principal nome é Polya (1994), que apresentou uma série de orientações para o trabalho com resolução de problemas no ensino de Matemática. Essa concepção corresponde a teorizar sobre resolução de problemas, explicitando fundamentos, regras e passos para realizar essa atividade. “[...] A resolução de um problema exige quatro etapas: a compreensão da

tarefa; a concepção de um plano que leve à meta pretendida; a execução desse plano e a análise para determinar se a meta foi atingida [...]” (POLYA, 1994).

Ensinar *sobre* resolução de problemas significa trabalhar esse assunto como um novo conteúdo matemático, ou seja, como uma teoria. Essa concepção se deu a partir do movimento da matemática moderna, uma vez que o desencanto de professores e educadores matemáticos com o fracasso da aprendizagem de matemática levou-os a buscar alternativas para o ensino de matemática. Assim passaram a trabalhar com heurísticas como as de Polya, que não são mais do que procedimentos destinados a resolver um problema usando regras que possibilitem chegar rapidamente à solução ou aproximar-se dela.

Na segunda concepção, ensinar *para* a resolução de problemas, se utilizam os problemas para apresentar aplicações dos conteúdos matemáticos, isto é, se apresenta a teoria e depois se propõem problemas com uma certa contextualização e, em seguida, uma lista de problemas semelhantes.

Fica evidente para Van de Walle (2001) e Thompson (1989) que a concepção de ensinar *para* resolver problemas é uma aplicação de conceitos da teoria desenvolvida em sala de aula, em outras palavras, os problemas servem para que o professor avalie se o aluno aprendeu o conteúdo trabalhado e se consegue aplicar determinada teoria. Nessa concepção de ensinar para resolver problemas, o professor está interessado na transferência do que os alunos aprenderam no contexto de um problema para o outro. Dessa forma, é considerado que só se pode resolver problemas depois da introdução de um conceito ou depois de praticar várias vezes certas habilidades. Van de Walle (2001) chama isso de paradigma do *teach-then-solve*, onde se destaca uma separação entre o que é ensinar matemática e o que é resolver problemas, ou melhor, a resolução de problemas é separada do processo de aprendizagem. Nesse sentido, os alunos esperam que o professor lhes informe as regras, sendo improvável resolver problemas para os quais os métodos de solução não foram fornecidos.

A abordagem estereotipada tradicional do ensino da matemática traz algo como: o professor é aquele que inicia; os alunos praticam por um tempo e espera-se que eles usem as habilidades praticadas para resolver problemas peculiares. Essa abordagem *teach-then-solve* claramente tem suas limitações, e Van de Walle (2001) destaca que uma limitação é que o professor assume que todos os alunos serão capazes de dar sentido à explicação, porém, a resposta do professor é considerada a melhor.

Na terceira concepção, do ensinar *através* da resolução de problemas, o problema é o ponto em que tudo se inicia e de onde surge a orientação para a aprendizagem, onde se constrói o conhecimento através da resolução (PRADO; ALLEVATO, 2010; ALLEVATO; ONUCHIC, 2009). “[...] Professor e alunos, juntos, desenvolvem esse trabalho, e a aprendizagem se realiza de modo colaborativo em sala de aula [...]” (PRADO; ALLEVATO, 2010).

A seguir, apresentaremos alguns questionamentos que têm sido feitos às concepções apresentadas. A primeira concepção, de ensinar *sobre* resolução de problemas, é questionada por Prado e Allevato (2010), que relatam que as etapas de resolução sugerem procurar dados expostos no enunciado e, em seguida, aplicar procedimentos anteriormente conhecidos. Por isso, esses autores consideram que o trabalho de Polya é limitado e não se aplica ao que eles acreditam, ou seja, eles entendem que o ensino da resolução de problemas envolve aspectos relacionados diretamente com o conteúdo específico que esteja sendo trabalhado, “[...] exigindo fazer conjecturas, testar procedimentos, aprender conteúdos, desenvolver raciocínios e apresentar explicações que nem sempre podem ser previstas [...]” (PRADO; ALLEVATO, 2010, p. 26-27).

Contrapondo-se ao ensino *para* resolução de problemas, Onuchic e Allevato (2014) relatam que, em tal concepção, a Matemática é considerada utilitária, visto que, uma limitação dessa concepção é considerar que a resolução de problemas é uma atividade que só pode ser realizada após a introdução de um conceito ou após a prática de habilidades ou de algum algoritmo (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014).

De nosso ponto de vista, o ensino da matemática *através* da resolução de problemas parece ser um caminho adequado, pois traça-se um roteiro que permite ao aluno pensar não só em encontrar uma resposta, mas sim, em construir, significativamente, conceitos e processos de resolução. Com ênfase no ensino *através* da resolução de problemas, Onuchic e Allevato (2014) trazem um roteiro para auxiliar os professores nos seus planejamentos de aulas, constituído de dez passos, sem restrições de tipos de atividades, cujo objetivo é fornecer um caminho para a atuação de professores e de alunos.

O roteiro segue os seguintes passos:

- a) *Preparação do problema* – a seleção do problema é fundamental para construir conceitos, princípios e procedimentos. Os autores chamam esse problema de problema gerador;

- b) *Leitura individual* – solicita-se que seja feita a leitura, onde cada aluno recebe o problema proposto.
- c) *Leitura em conjunto* – divide-se em pequenos grupos para que seja feita uma nova leitura de forma participativa. “[...] A leitura é uma atividade essencial quando se decide pela prática da resolução de problemas. É, através dela, que o aluno se envolve com o problema, ou não” (LEAL JUNIOR; ONUCHIC, 2016, p. 29);
- d) *Resolução do problema* – partindo do que foi entendido nas leituras, ou seja, compreendido o problema, com uma atenção para que as dúvidas referentes ao enunciado já tenham sido sanadas, os alunos buscam resolvê-lo com um trabalho de cooperação e colaboração mútua no sentido de construir o *novo conteúdo* que foi planejado pelo professor;
- e) *Observar e incentivar* – nessa etapa, o professor conduz os alunos a pensar e incentiva a discussão do trabalho colaborativo na busca da resolução do problema, com foco nas ideias e nas estratégias apresentadas pelos próprios alunos, ou seja, o professor não se detém a meramente transmitir o conhecimento;
- f) *Registro das resoluções na lousa* – representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos são apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam;
- g) *Plenária* – para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem;
- h) *Busca do consenso* – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto;
- i) *Formalização do conteúdo* – neste momento, o professor registra na lousa uma apresentação *formal* – organizada e estruturada em linguagem matemática, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto;

j) *Proposição e resolução de novos problemas* – nessa etapa são propostos novos problemas relacionados ao problema gerador, o que permite verificar se os conteúdos foram compreendidos e tornar mais sólidas as aprendizagens construídas nas etapas anteriores.

Essa última etapa é fortemente voltada para o ensino para a resolução de problemas, porém “[...]isso não tira a característica da concepção, isso porque a concepção de ensinar **através** da resolução de problemas inclui as concepções de ensino **sobre** e **para** resolução de problemas” (ONUChIC; ALLEVATO, 2014). Os procedimentos descritos acima são denominados por Onuchic e Allevato (2014) como metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas. A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem como propósito “[...] expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador [...]” (ONUChIC; ALLEVATO, 2014, p. 43).

Esse roteiro, entretanto, não foi o primeiro, pois Onuchic (1999) já havia proposto a ideia de que não há forma rígida de se trabalhar através da resolução de problemas e, para ajudar os professores, a autora pensou em um roteiro com algumas etapas a serem seguidas. Tais etapas foram: formar grupos e entregar uma atividade; registrar os resultados na lousa; realizar uma plenária; analisar os resultados; buscar um consenso; fazer a formalização. A mudança foi feita visando promover um desenvolvimento mais produtivo, tentando adequar a demanda de conhecimentos prévios necessários.

É de fundamental importância que o professor saiba seu papel e tenha clareza de como conduzir as tarefas, fazendo com que seus alunos desenvolvam a capacidade de aprender a aprender, buscando em si respostas que os intrigam, tanto na sua vida escolar quanto no seu cotidiano, em vez de ter a postura de meros expectadores e sempre esperar pela resposta do professor (TEIXEIRA; SANTOS, 2017; SOARES; PINTO, 2001). Neste sentido, Vicente, Dooren e Verschaffel (2008) discutem as dificuldades de crianças em resolver problemas reais e sugerem que a qualidade dos problemas seja bem discutida, e que o professor avalie bem o problema antes de levar para seus alunos.

As pesquisas aqui mencionadas estão relacionadas com o ensino de matemática seja *para*, *sobre* ou *através* da resolução de problemas, não havendo a busca de habilidades que têm poder preditivo para a resolução de problemas.

Essas diferentes concepções que descrevemos acima, podem nos dar um norte metodológico para aproximarmos o que se faz em sala de aula com o que pesquisar sobre possíveis habilidades cognitivas que possam ser preditoras no desempenho em resolução de problemas. Fica evidente que o ensino de matemática através da resolução de problemas é uma concepção que permite essa ligação entre a metodologia e a pesquisa no que se refere ao desenvolvimento de aprendizagem.

Trazendo essa ideia de desenvolvimento de aprendizagem, há pesquisas que mostram como isso acontece de maneira progressiva na resolução de problemas. Em particular, Orrantia (2006) salienta que, para a aprendizagem de resolução de problemas, existe uma importante integração entre os esquemas protoquantitativos (esquemas primitivos que a criança produz, antecipadamente e de maneira apropriada, à concepção numérica) e a contagem. Esse autor enfatiza que em crianças mais novas, no caso de crianças de três anos, o esquema de aumento ou de diminuição permite que elas raciocinem sobre mudanças nas quantidades, ou seja, quando essas quantidades são adicionadas ou removidas.

Para o autor acima citado, a resolução de problemas precisa ser considerada como um processo, isto é, um processo complexo que precisa de certas estratégias e conhecimentos que se desenvolvem, se complexificam cada vez mais e no qual são construídos diferentes níveis de representação, tanto matemáticos como não matemáticos (ORRANTIA *et al.*, 2012; ORRANTIA, 2006). Nessa linha de pensamento, a resolução de problemas começa com um texto, o enunciado do problema, e termina com operações que dão origem a uma solução numérica, ou seja, o processo de resolução de problemas termina com a execução de uma série de operações para chegar ao resultado.

No início desse processo, a criança dispõe de diferentes termos que expressam concepção de quantidade sem precisão numérica, como maior, menor, mais ou menos, o que permite uma comparação dessas quantidades por meios de termos linguísticos (ORRANTIA, 2006). Essas concepções, que operam sem qualquer processo de medição, são baseadas no que Resnick e Singer (1993) chamam de esquema de comparação protoquantitativo. Essas autoras identificam mais dois esquemas protoquantitativos: um que interpreta mudanças nas quantidades como um aumento ou uma diminuição delas e outro que estabelece relações de parte-todo. Os esquemas protoquantitativos permitem que a criança raciocine e estabeleça relações sem a necessidade de quantificá-las numericamente.

Ao longo do desenvolvimento, esse conhecimento é transformado em formas de representação quantificadas e matematicamente exatas. Concepções de esquemas protoquantitativos, embora não numéricos, podem incluir os princípios essenciais de um conceito, tais princípios referem-se às relações que precisam ser estabelecidas quer de forma numérica ou não numérica (SPINILLO, 2002).

O processo de desenvolvimento do pensamento matemático se dá por meio da aprendizagem conjunta de conceitos e procedimentos, iniciando-se por volta dos três anos de idade, quando a integração dos esquemas protoquantitativos e da contagem verbal assumem papel importante na aprendizagem da resolução de problemas (ORRANTIA, 2006).

Orrantia (2006) enfatiza que crianças são capazes de resolver problemas matemáticos de adição e subtração mesmo nos anos pré-escolares, mesmo sem saber fazer essas operações formalmente, usando diferentes estratégias de contagem, ou seja, modelando, de maneira direta, as ações representadas nas situações.

Da passagem dos esquemas protoquantitativos até a resolução do problema, desenvolve-se um processo progressivo no qual as estratégias vão sendo aprimoradas.

Mediadas pelo seu conhecimento conceitual de contagem, as estratégias que as crianças utilizam para resolver os diferentes problemas de estrutura aditiva são consideradas em três níveis distintos de desenvolvimento (ORRANTIA, 2006). No primeiro nível, as crianças modelam diretamente a situação com seu conhecimento mais elementar de contagem integrado a seus esquemas protoquantitativos. No segundo nível, seu conhecimento conceitual de contagem avança e elas podem usar procedimentos mais econômicos em que não há necessidade de usar objetos concretos. O terceiro nível se caracteriza pelo aparecimento da composição aditiva, ou seja, decompor qualquer número na soma de outros, e da reversibilidade, o que permite uma maior flexibilidade na resolução de problemas.

Orrantia (2006) ainda destacava que a resolução de problemas e o cálculo das operações são componentes do contínuo processo de desenvolvimento no qual estratégias aprimoradas precisam ser implementadas para entender o que de fato está sendo afirmado, isto é, para traduzir o texto, no caso o enunciado do problema, em uma representação abstrata, em que as situações qualitativas e as relações semânticas sejam coletadas dentro do próprio texto (ORRANTIA, 2006).

Com o objetivo de analisar o nível representacional menos quantitativo e mais qualitativo no processo de resolução de problema, Orrantia *et al* (2012) consideram que este nível está relacionado com a compreensão da situação denotada pela proposição, o chamado modelo da situação-problema. Antes do ensino formal da aritmética, as crianças desenvolvem numerosas estratégias informais para resolver com sucesso diferentes situações-problema. No entanto, existem situações em que não é viável recorrer a estratégias que modelam diretamente a situação do problema. Nesses casos, é necessário construir uma representação alternativa que inclua, quando os problemas são de estrutura aditiva, por exemplo, certos conhecimentos conceituais relacionados às propriedades aditivas básicas. Esse conhecimento conceitual reflete a compreensão de princípios ou propriedades, como a propriedade comutativa ou o princípio da inversão (ORRANTIA *et al.*, 2012).

Quando um aluno tem de resolver um problema, algumas dificuldades podem surgir, as quais podem ser originadas de dois fatores: ele pode não entender a situação problema, ou pode não ter o conhecimento conceitual necessário para resolvê-lo, embora essa falta de conhecimento também possa levar a uma falha na compreensão (ORRANTIA, 2006).

Por fim, podemos dizer que para resolver um problema é preciso acionar uma série de estratégias que permitem criar uma representação do mesmo; nesse processo, existe interação entre diferentes tipos de conhecimento, como linguísticos, matemáticos e de mundo.

MÉTODOS

A pesquisa de cunho bibliográfico possui uma intencionalidade explícita em mapear e analisar a produção acadêmica em campos do conhecimento específico (FERREIRA, 2002). Soares (2000) enfatiza que as pesquisas do tipo estado da arte ou estado do conhecimento não devem ter um ponto de chegada, e sim serem construídas continuamente caracterizando os caminhos traçados por uma determinada área da ciência.

Para esse estudo bibliográfico, foi efetuada uma busca, por meio do descritor ou palavra-chave “resolução de problemas”, na base de dados Periódico Capes, e foram selecionados os artigos voltados para a resolução de problemas. Os critérios de inclusão

foram artigos publicados nos últimos cinco anos, utilizando o refinamento dado pela própria base.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Considerando trabalhos publicados no Brasil, ao fazer a busca com os descritores precursores e resolução de problemas não foi obtido resultado, ou seja, não foi encontrado trabalhos que relacionam a resolução de problemas com habilidades cognitivas precursoras do desempenho em resolução de problemas na literatura brasileira.

Assim, resolveu-se buscar trabalhos utilizando o descritor “resolução de problemas”, e o refinamento por data de publicação de janeiro de 2016 até maio de 2021. Assim, foi encontrado um total de 42 artigos, porém muitos desses trabalhos estavam relacionados com outras áreas, os quais não tinham relação com o objetivo proposto nessa revisão bibliográfica, então considerando somente aqueles no idioma português e utilizando mais um instrumento de refinamento de pesquisa dado pela própria base de dados – Periódico Capes – que foi “educação matemática” chegou-se a um número de seis artigos, os quais estão descritos no Quadro 1.

Quadro 1 – Títulos encontrados no Periódico Capes

TÍTULOS	AUTORES/ANO
Um delineamento dos artigos em resolução de problemas no Brasil a partir de periódicos	Justulin, 2016
Resenha: Resolver problemas e pensar a matemática	Campos, 2017
A Didática de Malba Tahan: alunos como solucionadores criativos de problemas	Almeida, 2018
Resolução de Problemas nas aulas de matemática dos anos iniciais: um estudo junto aos professores polivalentes	Mastroianni; Oliveira, 2019
Um cenário de estudos envolvendo o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas em periódicos	Martins e Bôas, 2020
TIME em Ação: Teoria e Investigação em Matemática Elementar	Fratucci; Moran; Neves; Ferraiol, 2020

Fonte: Próprios autores (2021)

A partir da análise dos artigos extraídos da base de dados foi possível perceber que dois trazem revisão sobre resolução de problemas e estabelecem focos temáticos com base em características desenvolvidas nos trabalhos encontrados. Justulin (2016, p.1) apresenta seu estudo com o objetivo de “[...] investigar focos temáticos das pesquisas em Resolução de Problemas, bem como a distribuição das pesquisas nesses focos.” O autor citado mapeou as pesquisas a partir dos periódicos Boletim GEPEN, BOLEMA,

Educação Matemática em Revista, Educação Matemática Pesquisa e ZETETIKÉ. O período analisado foi desde a criação das revistas até o ano de 2010. A autora destaca que dos 39 artigos analisados a maioria (33%) centram-se no aluno. A Tabela 1 mostra a distribuição dos trabalhos em relação os focos temáticos estabelecidos.

Tabela 1 – Distribuição dos artigos

Focos temáticos	Porcentagem de trabalhos em cada foco
Foco 1: O aluno (ou o solucionador de problemas)	33%
Foco 2: O problema e suas características	10%
Foco 3: A história da Matemática e a resolução de problemas	2%
Foco 4. Teorias sobre Resolução de Problemas	13%
Foco 5: A Resolução de Problemas e o processo ensino-aprendizagem: orientações didáticas	26%
Foco 6: O professor e a Resolução de Problemas	8%
Foco 7: A Resolução de Problemas e o uso de tecnologias ou equipamentos eletrônicos	8%

Fonte: Adaptado de Justulin, 2016.

A outra pesquisa, que de certa forma complementa o estudo de Justulin (2016), foi realizada por Martins e Bôas, (2020, p.1) a qual tem por “[...] objetivo compreender focos temáticos nas produções acadêmicas que utilizam/abordam o ensino de matemática através da resolução de problemas.” Tal pesquisa realizou um levantamento das produções acadêmicas nos mesmos cinco periódicos, BOLEMA, Boletim GEPEN, Zetetiké, Educação Matemática em Revista e Educação Matemática Pesquisa, no período entre janeiro de 2011 e junho de 2019.

Os focos temáticos estabelecidos nesta pesquisa abrangem os artigos de acordo com os diferentes níveis de ensino a que eles estão direcionados, sendo desde a Educação Básica até o Ensino Superior. Dessa forma, na Tabela 2 a seguir, são apresentados os seis focos e a quantidade de artigos inseridos em cada um deles (MARTINS; BÔAS, 2020).

Tabela 2 – Focos Temáticos

Focos temáticos	Quantidade de trabalhos
Estudos com RP nos anos iniciais do Ensino Fundamental	3
Estudos com RP nos anos finais do Ensino Fundamental	6
Estudos com RP no do Ensino Médio	8
Estudos com RP na formação inicial	9
Estudos com RP na formação continuada de professores	5
Estudos com RP para além dos níveis de ensino	5

Fonte: Adaptado de Martins e Bôas, 2020.

Os demais trabalhos encontrados estão voltados a aplicações de atividades com resolução de problemas, dentre esses, o de Campos (2017, p.1) apresenta uma resenha que tem por objetivo “[...] apresentar e analisar o livro “Resolver problemas e pensar a matemática”, o qual discute a resolução de problemas como metodologia de ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental”. O livro analisado por Campos (2017) traz reflexões baseadas na teoria e em relatos de experiências vividos em sala de aula pelas organizadoras do livro, Keli Cristina Conti e Conceição Aparecida Cruz Longo, Tal obra possibilita perceber “[...] potencialidades da proposta como alternativa ao processo tradicional de ensino que ainda é fortemente associado ao mecanicismo e não tem contribuído com a efetiva aprendizagem dos estudantes (CAMPOS, 2017, p.2)”. Nessa mesma direção, Almeida (2018) descreve uma experiência com alunos do 8º ano, numa escola pública municipal da cidade de São Paulo/SP, “[...] como objetivo que os alunos tivessem a oportunidade de resolver problemas de maneiras diferenciadas que despertassem a criatividade, fugindo de fórmulas e exercícios repetitivos, bem como conhecer um pouco mais sobre Malba Tahan” (ALMEIDA, 2018, p.4).

Nota-se que os trabalhos que apresentam relatos de experiências estão com foco no ensino de matemática através da resolução de problemas, o qual traz o problema como ponto de partida e contrapondo para o ensino mecânico.

Mastroianni e Oliveira (2019) relatam uma pesquisa feita com professoras polivalentes dos anos iniciais de uma escola da rede privada da Cidade de São Paulo/SP. Os autores analisaram quais concepções os professores investigados tinham em relação à resolução de problemas, buscando compreender de que maneira essas concepções exercem influência em sua prática. Utilizaram dois instrumentos de avaliação: um questionário, que serviu para analisar as concepções sobre resolução de problemas e após a aplicação foi realizada a observação das aulas visando um confronto entre discurso e prática. Os resultados mostraram que existe uma compreensão da importância do papel problematizador do professor nas aulas e valorizam o pensamento matemático dos alunos, “[...] contudo ainda têm certa dificuldade em organizar um milieu antagonista, capaz de provocar desequilíbrios e avanços autônomos na construção do conhecimento. Identificou-se, ainda, alguns efeitos do contrato didático, devidamente descritos” (MASTROIANNI; OLIVEIRA, 2019).

O último trabalho analisado, a pesquisa de Fratucci e colaboradores (2020) teve por objetivo descrever e analisar algumas das atividades realizadas em um projeto de extensão, da Universidade Estadual de Maringá, intitulado Teoria e Investigação em Matemática Elementar (TIME). O projeto utilizou abordagens na forma de resolução de problemas e Investigação Matemática sendo direcionado a professores e estudantes da educação básica. O texto descreve três oficinas sendo uma delas com o uso de um software geométrico e as outras com construções de materiais experimentais. Os autores verificaram que os participantes “[...] desenvolvem uma nova e ampliada visão da aplicação matemática, pois a metodologia utilizada [...] proporciona um conhecimento diversificado incentivando o aprendizado” (FRATUCCI *et al.*, 2020, p.12).

Destacamos dois caminhos importantes de pesquisas: primeiro as que estão envolvidas com o ensino, buscando alternativas metodológicas com ênfase na terceira concepção – ensino através da resolução de problemas –, as quais possibilitem procedimentos para que a criança esteja pensando no que está fazendo e, assim, enfatizando todo o processo metodológico para nortear o caminho de uma aprendizagem significativa.

O segundo caminho está relacionado com as pesquisas que mostram habilidades cognitivas, tanto gerais como específicas, como precursoras na resolução de problemas. Não foram incluídas na seleção anterior, por não ter um número expressivo de trabalhos que envolvem tais habilidades com a resolução de problemas. Na sessão seguinte, são mostradas algumas pesquisas que descrevem as habilidades precursoras.

PRECURSORES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Existem poucos estudos que investiguem habilidades cognitivas como precursoras do desempenho na resolução de problemas. Na literatura algumas habilidades são reconhecidas como essenciais para um bom desempenho em matemática de forma geral, tais como a transcodificação numérica, a estimativa numérica, o raciocínio quantitativo, a memória de trabalho (MOURA *et al.*, 2015; SIEGLER; BOOTH, 2004; NUNES *et al.*, 2007; CORSO; DORNELES, 2012), enquanto a consciência fonêmica e a compreensão leitora mostram relação especificamente com a resolução de problemas (ZHANGA; LIN, 2018). O Quadro 2 mostra algumas pesquisas que descrevem a relação das habilidades cognitivas com a resolução de problemas.

Quadro 2 – Habilidades precursoras na resolução de problemas

Autores/ano	Habilidades gerais	Habilidades específicas
Träff (2013)		Estimativa numérica
Sasanguie <i>et al.</i> (2012)		Estimativa numérica
Zhanga e Lin (2018)	Visual-espacial Consciência fonêmica	
Gimbert <i>et al.</i> (2019)	Memória de trabalho	Estimativa numérica

Fonte: Próprio autores, (2021).

A pesquisa feita por Träff (2013) investigou as contribuições do conhecimento cognitivo de habilidades gerais e habilidades numéricas para resolver problemas em estudantes de 10 a 13 anos. Foram analisadas as seguintes tarefas: extensão auditiva, amplitude da matriz visual, fluência verbal, nomeação de cores, Raven, enumeração, estimativa numérica e comparação de dígitos. Verificou-se que a estimativa numérica se apresentou como uma boa precursora da resolução de problemas (TRÄFF, 2013).

Sasanguie *et al.* (2012) pesquisou a associação entre o desempenho das crianças de 5 a 7 anos, em várias tarefas básicas de processamento de números de desempenho em matemática em um teste baseado em currículo medido 1 ano depois. As análises de regressão mostraram que a maior parte da variância no desempenho das crianças em matemática foi prevista pelo desempenho de estimativa numérica e, em menor grau, a velocidade de comparação de números simbólicos.

A pesquisa realizada por Zhanga e Lin (2018) contou com uma aplicação de dez testes cognitivos, foram eles: Leitura de palavras (caracteres simples e duplos), aritmética (aritmética não-simbólica, problemas aritméticos de palavras e aritmética escrita), Metalinguística (consciência fonológica e consciência ortográfica), RAN (Rapid Automated Naming) e visual-espacial (percepção espacial e visualização espacial) em crianças no terceiro ano da educação infantil. As aplicações foram em dois momentos, a primeira aplicação no Outono e a segunda na Primavera. Os autores chamam de problemas aritméticos de palavras aqueles que são lidos para as crianças (por ainda não estarem alfabetizadas) e é solicitada uma resposta por meio da expressão verbal de um número. Os resultados mostraram que as habilidades visual-espacial e consciência fonológica previram competências posteriores em problemas aritméticos de palavras (ZHANGA; LIN, 2018).

Gimbert e colaboradores (2019) também investigaram habilidades cognitivas em crianças de 5 a 7 anos, destacando como precursoras a estimativa numérica e a memória de trabalho, esta última, fortemente relacionada com as crianças mais velhas.

Como já mencionado, existem poucas pesquisas que investigaram quais habilidades têm poderes preditivos na resolução de problemas. As pesquisas de Träff (2013) e Zhanga e Lin (2018), por exemplo, têm características semelhantes a que se investigou nessa tese. Nos próximos capítulos serão mostradas quais habilidades foram encontradas como precursores na resolução de problemas e também se mostra o desempenho dos alunos investigados na tarefa de resolução de problemas. Mesmo entre as poucas pesquisas, até onde se sabe, nenhuma investigou as semelhanças e diferenças entre habilidades precursoras do desempenho matemático em diferentes escolas de regiões de um mesmo país, que é um dos objetivos dessa tese.

CONSIDERAÇÕES

Após o contexto teórico apresentado neste levantamento bibliográfico, destacamos a inserção da resolução de problemas como estratégia didática para o ensino de matemática a fim de facilitar e contribuir para que o aluno possa lidar com o contexto diário, seja ele escolar ou não, motivando-o a pensar, refletir e solucionar problemas matemáticos de diferentes formas sem esperar apenas as resoluções do professor.

Revisou-se esses aspectos metodológicos por serem a maioria dos trabalhos sobre resolução de problemas encontrados nessa revisão bibliográfica, mas o que é mais relevante para nossa tese em si, é trazer o que a literatura já aponta como habilidades cognitivas que possam predizer o desempenho em resolução de problemas.

A resolução de problemas não só consiste no uso de métodos para encontrar soluções de problemas específicos, ela também permite que estudantes desenvolvam o pensamento matemático de maneira ativa. É a partir dos problemas que se pode envolver o aluno em situações da vida real, motivando-o para o desenvolvimento do modo de pensar matemático.

Quando se trata de habilidades cognitivas que predizem o desempenho em resolução de problemas, o número de pesquisa ainda é pequeno, mas todas elas trazem a importância de se dedicar um pouco mais a esse campo de investigações, o que trará importantes implicações para o desenvolvimento cognitivo das crianças em idade escolar.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 55, p. 1- 19, 2009
- ALMEIDA, I. A. T. DE. A Didática de Malba Tahan: alunos como solucionadores criativos de problemas. **Revista de Educação Matemática**, v. 15, n. 19, p. 345 - 352, 1 maio 2018.
- BONILHA, M. A. C.; VIDIGAL, S. M. P. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Resolução de problemas nas aulas de matemática: o recurso problemateca**. Porto Alegre, Penso, 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**. Vol. 3. Brasília, 1997.
- BRASIL. Relatório do Sistema de Avaliação do Ensino Básico – SAEB. Brasília, Brasil: **INEP, MEC**. 2017.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CAMPOS, M. B. Resenha: Resolver problemas e pensar a matemática de Keli Cristina Conti e Conceição Aparecida Cruz Longo. **Revista Mosaico**. v. 08, n. 2, p. 51-53, jul/dez 2017.
- CORSO, L. V.; DORNELES, B. V. Qual o papel que a memória de trabalho exerce na aprendizagem da matemática? **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 42b, p. 627-648, 2012.
- FERREIRA, N. **As pesquisas denominadas “Estado da Arte”**. Educação e Sociedade. Ano XXIII, 79, 257-272, ago. 2002.
- FRATUCCI, V.M.; MORAN, M; NEVES.E.A; FERRAIOL, T. F. TIME em Ação: Teoria e Investigação em Matemática Elementar. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v.6, n.1, p.01-14, jan.2020
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- GIMBERT, F. *et al.* What predicts mathematics achievement? Developmental change in 5- and 7-year-old children. **Journal of Experimental Child Psychology**, Elsevier: Amsterdã, Holanda, v. 178, p. 104–120, 2019. doi.org/10.1016/j.jecp.2018.09.013.
- JORDAN, N. C. Preditores iniciais do bom desempenho e de dificuldades de aprendizagem em matemática. **Enciclopédia sobre o Desenvolvimento na Primeira Infância**. University of Delaware, EUA, jun. 2010.
- JUSTULIN, A. M. Um delineamento dos artigos em resolução de problemas no Brasil a partir de periódicos. Educação Matemática Pesquisa: **Revista do Programa de Estudos**

Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 18, n. 2, p. 37-56, p. 871-894, set. 2016.

LAMBIDIN, D. V.; WALCOTT, C. Changes through the Years: Connections between Psychological Learning Theories and the School Mathematics Curriculum. In: MARTIN, W. G. et al. (Eds.). **The Learning of Mathematics**. Reston, VA: NCTM, p. 3 - 25. 2007.

LEAL JUNIOR, L. C.; ONUCHIC, L. R. **A Influência da Leitura na Resolução de Problemas**: Questões de sentidos, significados, interesses e motivações. REMATEC/Ano 11/n. 21/jan.-abr, p. 24-46, 2016.

MARTINS K. N.; BÔAS J. V. Um cenário de estudos envolvendo o ensino de matemática através da resolução de problemas em periódicos. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 2, p. 252-280, 2020.

MASTROIANNI, M. T. M. R.; OLIVEIRA, G. P. Resolução de Problemas nas aulas de matemática dos anos iniciais: um estudo junto aos professores polivalentes. **Revista de Educação Matemática**, v. 16, n. 22, p. 232 - 251, 1 maio 2019.

MOURA, R. *et al.* From “Five” to 5 for 5 Minutes: Arabic Number Transcoding as a Short, Specific, and Sensitive Screening Tool for Mathematics Learning Difficulties. **Archives of Clinical Neuropsychology**, [s. l.], v. 30, n. 1, p. 88–98, 2015.

NUNES, T. et al. The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school. **British Journal of Developmental Psychology**, [s. l.], v. 25, n. 1, p. 147–166, 2007.

NUNES, C.B; SOUZA, A.C.P. A Resolução de problemas como metodologia de ensino/aprendizagem-avaliação de Matemática em sala de aula. **UNESP**, Rio claro- SP, 2008.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Paco Editorial. Jundiaí, 2014.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em educação matemática. São Paulo: UNESP, p.199-220, 1999.

ORRANTIA, J. Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas: una perspectiva evolutiva. **Revista de Psicopedagogia**, Espanha, v. 23, n.71, p. 158-180, 2006.

ORRANTIA, J.; MÚÑEZ, D.; FERNÁNDEZ, M.; MATILLA, L. Resolución de problemas aritméticos: Conocimiento conceptual y nivel de competencia en matemáticas. **Aula Abierta**, Vol. 40, Espanha. p. 23-32, 2012.

PASSOLUNGI, M. C.; PAZZAGLIA, F. **Individual differences in memory updating in relation to arithmetic problem solving**. Learning and Individual Differences, 14, 219–230, 2004.

- PASSOLUNGI, M. C.; VERCELLONI B.; SCHADEE, H. The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and numerical competence. **Cognitive Development**. Science Direct. n. 22, p. 165-184, jun, 2007.
- POLYA, G. **Arte de resolver problemas: um novo enfoque do método matemático**. Trad. H. L. Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, p. 196, 1994.
- PRADO, M. A.; ALLEVATO, N. S. G. O Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas. **Acta Scientiae**, Canoas (RS), v.12, n.01, p.24-42, jan./jun., 2010.
- RESNICK, L.B.; SINGER, J.A. Protoquantitative origins of ratio reasoning. Em T.P. Carpenter; E. Fennema & T.A. Romberg (Orgs.), **Rational numbers: An integration of research**, Hillsdale, NJ:Erlbaum, p. 107-130, 1993.
- SASANGUIE, D.; VAN DEN BUSSCHE, E.; REYNVOET, B. Predictors for Mathematics Achievement? Evidence from a Longitudinal Study. **Mind, Brain, and Education**, Wiley Online Library: Hoboken, EUA, v. 6, n. 3, p. 119-128, 2012.
- SIEGLER, R.; BOOTH, J. Development of numerical estimation in young children. **Child development**, [s. l.], v. 75, n. 2, p. 428-44, 2004.
- SOARES, M. T. C.; PINTO, N. B. Metodologia da resolução de problemas. In 24^a Reunião **ANPEd**. Caxambu, 2001. Acessado em 13 de agosto de 2018, disponível em <<http://www.anped.org.br/reunioes/24/tp1.htm#gt19>>.
- SOARES, M. **Alfabetização**. Brasília: MEC INEP/COMPED, 2000. Série Estado do Conhecimento, ISSN 1518-3653, nº 1.
- SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. Resolução de Problemas. Coleção **Matemática de 0 a 6**. Vol. 02. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- SPINILLO A. G. O Papel de Intervenções Específicas na Compreensão da Criança sobre Proporção. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, 15(3), p. 475-487. Rio Grande do Sul. 2002.
- TEIXEIRA, B. R; SANTOS, E. R, Resolução de problemas e investigações matemáticas: algumas considerações. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 22, n. 53, p. 7-16, jan./mar., 2017.
- THOMPSON, A. G. Learning to Teach Mathematical Problem Solving: Changes in Teachers' Conceptions and Beliefs. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (ed.). **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**. Virginia, 1989.
- TRÄFF, U. The contribution of general cognitive abilities and number abilities to different aspects of mathematics in children. **Journal of Experimental Child Psychology**, [s. l.], v. 116, n. 2, p. 139-156, 2013.

VAN DE WALLE, J. A. Teaching Through Problem Solving. In ____ **Elementary and Middle School Mathematics**. New York, Longman, 2001.

VICENTE, S.; VAN DOOREN, W.; VERSCHAFFEL, L. Utilizar las matemáticas para resolver problemas reales. **Cultura y Educación**, [s. l.], v. 20, n. 4, p. 391–406, 2008.

ZHANG, X.; LIN, D. Cognitive precursors of word reading versus arithmetic competencies in young Chinese children. **Early Childhood Research Quarterly**, [s. l.], v. 42, p. 55–65, 2018.

Recebido em: 05/07/2022

Aprovado em: 08/08/2022

Publicado em: 12/08/2022