

## Application of Generalized Predictive Controller for Polynomial Reference Tracking Considering Perturbations

### Aplicação do Controlador Preditivo Generalizado para Rastreamento de Referência Polinomial considerando Perturbações

Thyago Estrabis<sup>1\*</sup>, Matheus Pelzl<sup>1,2</sup>, Raymundo Cordero<sup>2</sup>, Walter Suemitsu<sup>1</sup>

---

#### RESUMO

O rastreamento de referências polinomiais é muito útil em aplicações como em sistemas mecânicos, químicos e de navegação. Em geral, este problema de rastreamento é difícil de executar. Através de técnicas de controle preditivo generalizado (GPC) é possível desenhar controladores para o rastreamento de referências polinomiais. Porém, a rejeição de perturbação também é um aspecto importante no desenvolvimento de sistemas de controle. O presente artigo aplica e avalia o comportamento de um controlador preditivo generalizado para rastreamento de referência polinomial (Poly-GPC) ante perturbações. Simulações foram efetuadas considerando a presença de perturbações tipo degrau tanto na entrada como na saída da planta. Os resultados indicam que o Poly-GPC possui a capacidade de rastrear referências polinomiais enquanto as perturbações são rejeitadas, sendo que a rejeição depende também da sintonia do controlador preditivo.

**Palavras-chave:** Controle preditivo generalizado; perturbação; rastreamento; referência polinomial.

---

#### ABSTRACT

Tracking of polynomial references is very useful in applications such as mechanical, chemical, and navigational systems. In general, this kind of tracking issue is difficult to perform. Through generalized predictive control (GPC) techniques, it is possible to design controllers for polynomial reference tracking. However, disturbance rejection is also an important aspect in the development of robust control systems. This paper applies and evaluates the behavior of a generalized predictive controller for polynomial reference tracking against perturbations. Simulations were performed considering the presence of step-type disturbances at both the entrance and exit of the plant. The results indicate that the Poly-GPC has the ability to track polynomial references while the perturbations are rejected, and the rejection also depends on the tuning of the predictive controller.

**Keywords:** Generalized predictive control; perturbation; polynomial reference; tracking.

---

---

<sup>1</sup> Universidade Federal do Rio de Janeiro.

\*E-mail: thyago.estrabis@gmail.com

<sup>2</sup> Universidade Federal do Mato Grosso do Sul.

## INTRODUÇÃO

Controladores de rastreamento ou controladores de malha fechada, são sistemas que visam rastrear uma trajetória de referência. Isso quer dizer que o valor de resposta do sistema deve ser igual ou próximo ao valor de referência (AZAR e VAIDYANATHAN, 2015). Os controladores de rastreamento possuem em sua estrutura processos de retroalimentação.

Por ter essa definição, os controladores são bem-vistos e utilizados tanto nos meios industriais quanto acadêmicos (com mais de 4 milhões de resultados na busca do Google Acadêmico). A partir do levantamento da literatura dos controladores de rastreamento, não foi possível definir, com exatidão, a data e o surgimento da aplicação do primeiro controlador de rastreamento, mas existem relatos de pesquisas publicadas entre as décadas de 30 e 40, aplicados em sistema de nave espacial (TU, 1934), nos sistemas de aeronaves (KENNEDY e ROLAND, 1948) e em sistemas de tomada de decisão, referenciados como “Alertness” (TRAVIS, 1948).

As pesquisas sobre esse tópico se intensificaram após o crescimento de interesse em controladores adaptativos, nas décadas de 50 e 60, e no surgimento do Controle Moderno (1960). Nessa mesma época, surgiu o Controle Preditivo baseado em Modelo (Model Predictive Control – MPC). Os controladores, que fazem parte da família do MPC, tentam prever a trajetória que foi imposta como referência. Essas referências podem ser lineares e não lineares.

Em 1987, Clarke apresentou um controlador preditivo chamado de Controle Preditivo Generalizado (Generalized Predictive Control – GPC) em (CLARKE, 1987a e CLARKE II, 1987b), sendo um controlador robusto que em sua aplicação se tornou bastante difundida no meio acadêmico e industrial. Com o advento da eletrônica, da computação e com seus avanços, muitos controladores tiveram de ser modificados para tempo discreto, a fim de implementar em microprocessadores. Wang, em seu livro (WANG, 2009), mostra uma modelagem de GPC discretizado.

O GPC proposto por Clarke (CLARKE, 1987a) e por Wang (WANG, 2009), são controladores tipo 1 (um integrador embutido) para o rastreamento de referências tipo degrau com o erro igual a zero. O erro em questão é a diferença entre a referência com a saída do controlador. Quando utilizado para rastrear referências tipo rampa em diante, o erro no GPC apresenta comportamento derivativo em relação a referência. Em 2020, foi apresentado o GPC tipo 2 (com 2 integradores embutidos) com capacidade de rastrear

referências tipo rampa, baseado na diferença de segunda ordem (CORDERO et al, 2021a). Para referências polinomiais de grau maior (como as parábolas), o erro apresentava comportamento derivativo ao da referência. A partir do comportamento do erro e a sua matemática apresentar um padrão, o GPC Polinomial (Polynomial Tracking Generalized Predictive Control – Poly-GPC) proposto em 2021 em (CORDERO et al, 2021b), tem a capacidade de rastrear referências polinomiais (de primeiro grau ou superior).

Porém, a maioria das plantas sofrem com perturbações que podem estar presentes em diferentes partes. Tais perturbações afetam a saída transitória, podendo também afetar o regime permanente. Um controlador robusto deve permitir o rastreamento assintótico da referência (com erro de rastreamento igual a zero em regime permanente) enquanto as perturbações devem ser rapidamente rejeitadas. Embora seja certo que o Poly-GPC permite o rastreamento assintótico de referências polinomiais, a robustez deste controlador a perturbações nunca foi avaliada.

O artigo tem como objetivo avaliar a capacidade de rastreamento de um Poly-GPC considerando a presença de perturbações. Perturbações tipo degrau foram adicionados diretamente na entrada e na saída do modelo da planta. Tais perturbações não são consideradas no desenho do controlador. Segundo o princípio de modelagem interna (CORDERO et al, 2021), se o controlador inclui o modelo da referência, a saída da referência também vai rastrear a referência. Porém o mesmo princípio indica de que perturbações com o mesmo modelo da planta também serão rejeitadas. A capacidade de rejeição foi testada e analisada através de simulações.

O restante do artigo está dividido da seguinte maneira. Na seção de fundamentação teórica, será descrito matematicamente o Poly-GPC. A seguinte seção faz uma análise teórica sobre a capacidade do Poly-GPC para rejeitar perturbações. Na sequência serão apresentados resultados de simulação que provam que o Poly-GPC possui a capacidade de rejeitar perturbações. Finalmente as conclusões serão expostas.

## **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **Tipos de Referências e Aplicações**

As referências, no controle de malha fechada, são sinais utilizados como referência para a saída de um controlador. Quando a resposta do controlador apresentar valores iguais ou próximos dos valores do sinal de referência, significa que o seu controlador foi bem projetado para aquela aplicação. A seguir, vão ser apresentados os

tipos de referências lineares polinomiais e as suas ordens, e suas respectivas aplicações em pesquisas recentes.

- Controlador tipo 1 para rastreamento de referência degrau

A referência tipo degrau é um sinal não periódico que depois de aplicado um impulso, o seu estado se mantém constante. O rastreamento de sinais do tipo degrau é muito difundido e aplicado no meio acadêmico e industrial. Em (MAJOUT et al., 2022) são apresentadas algumas das principais técnicas de controle para rastreamento de referência do tipo degrau para maximização da eficiência na conversão de energia eólica. Algumas técnicas de controle para rastreamento do ponto de máxima potência, do inglês *maximum power point tracking* (MPPT), abordadas no artigo são: *Sliding Mode Control* (SMC), *Direct Power Control* (DPC), *Backstepping Control* (BC) e *Model Predictive Control* (MPC). A técnica de MPPT é responsável por fornecer uma referência de tensão para controlar a máxima conversão de potência. Verifica-se o uso de técnicas de controle para rastreamento de referências em outras produções relativas à conversão de energia eólica (CHHIPA et al., 2022; LIU; FENG; KONG, 2022).

Técnicas de MPPT também são amplamente empregadas para conversão de energia fotovoltaica também são amplamente utilizadas. Em (SEGUEL; SELEME; MORAIS, 2022), são analisados conversores CC-CC (Corrente Contínua para Corrente Contínua) de diferentes topologias, sendo elas: Buck-Boost, SEPIC, Cuk e Zeta, e diferentes métodos de rastreamento do ponto de máxima potência para aplicações fotovoltaicas. Em (FAN et al., 2022), é apresentado o rastreamento da incidência de luz solar para controle de posição de arranjos fotovoltaicos em estações espaciais, a fim de maximizar a potência gerada.

Também são encontradas aplicações para rastreamento de força para controle de sistemas eletropneumáticos (LIN et al., 2019). No artigo mencionado, os dados medidos foram processados e um ajuste polinomial foi aplicado, e o controle aplicado para rastreamento de referência foi responsável por calcular o ciclo de trabalho (*duty-cycle*) da modulação por largura de pulso (PWM), aplicada para controle do sistema.

- Controlador tipo 2 para rastreamento de referência rampa

A referência polinomial tipo rampa é um sinal não periódico que varia em relação ao tempo. O rastreamento de um sinal do tipo rampa pode ser aplicado em controle de velocidade, dosagem de elementos químicos e acionamentos de máquinas (CORDERO

et al. 2021a). Para rastrear aquele tipo de sinal, o controlador deveria ter dois integradores embutidos na sua estrutura.

- Controladores de grau superior

Referências polinomiais de grau superior são aplicados em processos químicos, mecânicos, navegação e robótica (CORDERO et al. 2021b). Para rastrear uma referência polinomial de grau  $m - 1$ , o controlador em malha fechada deve de ser estável e possuir  $m$  integradores embutidos na sua estrutura. Este requerimento justifica-se porque a transformada de Laplace de um sinal polinomial de grau  $m - 1$  possui  $m$  polos na origem (integradores).

### Conceitos Matemáticos Preliminares

Seja  $a[k]$  um sinal de tempo discreto (escalar ou vetor), sendo que  $k$  indica o número de amostra. Define-se o operador de diferenças de primeiro grau ( $\nabla$ ) como:

$$\nabla a[k] = \nabla^1 a[k] = a[k] - a[k - 1]. \quad (1)$$

Pode-se definir o operador de diferença de segundo grau como  $\nabla^2 a[k] = \nabla^1(\nabla^1 a[k]) = \nabla^1 a[k] - \nabla^1 a[k - 1]$ . Desta maneira, o operador de diferença de grau  $m$  pode ser definido como em (2):

$$\nabla^m a[k] = \nabla^{m-1} a[k] - \nabla^{m-1} a[k - 1], \quad \nabla^0 a[k] = a[k]. \quad (2)$$

É simples demonstrar que o operador de diferenças satisfaz a superposição:  $\nabla(c_1 a_1[k] + c_2 a_2[k]) = (c_1 a_1[k] + c_2 a_2[k]) - (c_1 a_1[k - 1] + c_2 a_2[k - 1]) = c_1(a_1[k] - a_1[k - 1]) + c_2(a_2[k] - a_2[k - 1]) = c_1 \nabla a_1[k] + c_2 \nabla a_2[k]$ , sendo  $c_1$  e  $c_2$  constantes. Aplicando este procedimento para os operadores de maior grau é possível demonstrar:

$$\nabla^m (c_1 a_1[k] + c_2 a_2[k]) = c_1 \nabla^m a_1[k] + c_2 \nabla^m a_2[k]. \quad (3)$$

### Controle Preditivo Generalizado para Rastreamento de Referência Polinomial

Uma planta linear invariante no tempo de uma única entrada e uma única saída (Single Input and Single Output, SISO), sem perturbação, pode ser descrita através do seguinte modelo em espaço de estado em tempo discreto:

$$\mathbf{x}[k + 1] = \mathbf{A}\mathbf{x}[k] + \mathbf{B}u[k], \quad (4)$$

$$\mathbf{y}[k + 1] = \mathbf{C}\mathbf{x}[k], \quad (5)$$

sendo  $\mathbf{x}[k] \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $u[k] \in \mathbb{R}$  e  $y[k] \in \mathbb{R}$  são o vetor de estados, a entrada e a saída da planta, respectivamente, enquanto  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  e  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ . Seja  $r[k] \in \mathbb{R}$  a referência da saída da planta. O erro de rastreamento,  $e[k]$ , é definido em (6):

$$e[k] = r[k] - y[k] = r[k] - \mathbf{C}\mathbf{x}[k]. \quad (6)$$

Segundo (3), o erro futuro  $e[k + 1]$  é:

$$e[k + 1] = r[k + 1] - \mathbf{C}\mathbf{x}[k + 1]. \quad (7)$$

Aplicando (3) em (4) e (7), tem-se:

$$\nabla^m \mathbf{x}[k + 1] = \nabla^m (\mathbf{A}\mathbf{x}[k] + \mathbf{B}u[k]) = \mathbf{A}\nabla^m \mathbf{x}[k] + \mathbf{B}\nabla^m u[k], \quad (8)$$

$$\nabla^m e[k + 1] = \nabla^m r[k + 1] - \nabla^m \mathbf{C}\mathbf{x}[k + 1] = \nabla^m r[k + 1] - \mathbf{C}\nabla^m \mathbf{x}[k + 1]. \quad (9)$$

Segundo (CORDERO et al., 2021b), quando a referência  $r[k]$  é uma função polinomial de grau  $m - 1$ , o valor de  $\nabla^m r[k + 1]$  é zero:

$$\nabla^m r[k + 1] = 0, \quad r[k] = c_0 + c_1 k + c_2 k^2 + \dots + c_{m-1} k^{m-1}. \quad (10)$$

Substituindo (8) e (10) em (9), tem-se:

$$\nabla^m e[k + 1] = -\mathbf{C}(\mathbf{A}\nabla^m \mathbf{x}[k] + \mathbf{B}\nabla^m u[k]) = -\mathbf{C}\mathbf{A}\nabla^m \mathbf{x}[k] - \mathbf{C}\mathbf{B}\nabla^m u[k]. \quad (11)$$

Segundo (2),  $\nabla^{i-1} e[k + 1] = \nabla^{i-1} e[k] + \nabla^i e[k + 1]$ . Portanto, os valores de  $\nabla^j e[k + 1]$ , para  $j = 1, \dots, m - 1$ , podem ser deduzidos partir de (2) e (11):

$$\begin{aligned} \nabla^{m-1} e[k + 1] &= \nabla^{m-1} e[k] + \nabla^m e[k + 1] \\ &= \nabla^{m-1} e[k] - \mathbf{C}\mathbf{A}\nabla^m \mathbf{x}[k] - \mathbf{C}\mathbf{B}\nabla^m u[k], \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
\nabla^{m-2}e[k+1] &= \nabla^{m-2}e[k] + \nabla^{m-1}e[k+1] \\
&= \nabla^{m-2}e[k] + \nabla^{m-1}e[k] - \mathbf{CA}\nabla^m\mathbf{x}[k] - \mathbf{CB}\nabla^m u[k], \\
\nabla^{m-3}e[k+1] &= \nabla^{m-3}e[k] + \nabla^{m-2}e[k+1] \\
&= \nabla^{m-3}e[k] + \nabla^{m-2}e[k] + \nabla^{m-1}e[k] - \mathbf{CA}\nabla^m\mathbf{x}[k] - \mathbf{CB}\nabla^m u[k], \\
&\vdots \\
\nabla^0e[k+1] &= e[k+1] \\
&= e[k] + \nabla^1e[k] + \dots + \nabla^{m-2}e[k] + \nabla^{m-1}e[k] - \mathbf{CA}\nabla^m\mathbf{x}[k] - \\
&\quad \mathbf{CB}\nabla^m u[k].
\end{aligned}$$

O modelo de predição em espaço de estado para rastreamento de referência polinomial é deduzido a partir de (8) e (12) (CORDERO et al. 2021b):

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \nabla^0e[k+1] \\ \nabla^1e[k+1] \\ \vdots \\ \nabla^{m-1}e[k+1] \\ \nabla^m\mathbf{x}[k+1] \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{x}}[k+1]} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & -\mathbf{CA} \\ 0 & 1 & \dots & 1 & -\mathbf{CA} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & -\mathbf{CA} \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -\mathbf{CA} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{A}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \nabla^0e[k] \\ \nabla^1e[k] \\ \vdots \\ \nabla^{m-1}e[k] \\ \nabla^m\mathbf{x}[k] \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{x}}[k]} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\mathbf{CB} \\ -\mathbf{CB} \\ \vdots \\ -\mathbf{CB} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{B}}} \nabla^m u[k], \quad (13)$$

$$\text{Saída: } e[k] = \underbrace{[1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad \mathbf{0}]}_{\hat{\mathbf{c}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \nabla^0e[k] \\ \nabla^1e[k] \\ \vdots \\ \nabla^{m-1}e[k] \\ \nabla^m\mathbf{x}[k] \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{x}}[k]},$$

sendo  $\mathbf{0}$  uma matriz de zeros de tamanho adequado,  $\nabla^m u[k]$  é a entrada do modelo enquanto  $e[k]$  é a saída do modelo de predição. O objetivo do controle preditivo é prever os erros futuros  $e[k+1], e[k+2], \dots, e[k+p]$  a partir de  $\hat{\mathbf{x}}[k]$  e do conjunto de ações de controle futuros  $\nabla^m u[k], \nabla^m u[k+1], \dots, \nabla^m u[k+c-1]$ , sendo  $p$  e  $c$  os

tamanhos das janelas de predição e controle, respectivamente, tal que  $p \geq c$ . A predição dos erros futuros pode ser efetuada através da seguinte operação matricial:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}[k] + \Phi\mathbf{U}, \quad (14)$$

sendo:

$$\mathbf{Y} = [e[k+1] \quad e[k+2] \quad \dots \quad e[k+p]]^T, \quad (15)$$

$$\mathbf{U} = [\nabla^m u[k] \quad \nabla^m u[k+1] \quad \dots \quad \nabla^m u[k+c-1]]^T, \quad (16)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}} \\ \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}}^2 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}}^p \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{B}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{B}} & \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{B}} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}}^2\hat{\mathbf{B}} & \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{B}} & \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{B}} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}}^{p-1}\hat{\mathbf{B}} & \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}}^{p-2}\hat{\mathbf{B}} & \dots & \dots & \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}}^{p-c}\hat{\mathbf{B}} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Em GPC, procura-se uma lei de controle  $\mathbf{U}$  que permita minimizar uma função custo  $J$  que depende do vetor de erros futuros. Uma função custo muito utilizada no controle preditivo é aquela indicada em (19):

$$J = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} + \mathbf{U}^T \mathbf{R}_w \mathbf{U}, \quad \mathbf{R}_w = r_w \mathbf{I}_c, \quad (19)$$

sendo  $\mathbf{I}_c$  uma matriz identidade  $c \times c$ , enquanto  $r_w$  é um parâmetro de ajuste. Quando  $r_w$  aumenta, maior é a importância de reduzir a magnitude de  $\mathbf{U}$  na otimização da resposta. A solução ótima faz que a derivada  $J$  de seja zero. A derivada de  $J$  é obtida usando (19):

$$\frac{dJ}{d\mathbf{U}} = 2(\Phi^T \Phi + \mathbf{R}_w)\mathbf{U} + 2\Phi^T \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}[k] = 0. \quad (20)$$

A solução ótima de (20) é:

$$\mathbf{U} = -(\Phi^T \Phi + \mathbf{R}_w)^{-1} \Phi^T \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}[k]. \quad (21)$$

Segundo a técnica de horizonte de recuo, só o primeiro elemento da solução ótima é utilizado para gerar a lei de controle. Segundo (16), tal elemento é  $\nabla^m u[k] = [1 \ 0 \ \dots \ 0]\mathbf{U}$ , sendo  $[1 \ 0 \ \dots \ 0]$  um vetor com  $c$  elementos. Portanto, a ação de controle ótima de um Poly-GPC é definida através da equação (22):

$$\nabla^m u_{GPC}[k] = [1 \ 0 \ \dots \ 0]\mathbf{U} = -[1 \ 0 \ \dots \ 0](\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} + \mathbf{R}_w)^{-1} \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{F} \hat{\mathbf{x}}[k]. \quad (22)$$

A lei de controle a enviar na entrada da planta ( $u_{GPC}[k]$ ) pode ser obtido integrando  $m$  vezes o termo  $\nabla^m u_{GPC}[k]$  em (22), tal como mostrado em (23):

$$\nabla^{j-1} u_{GPC}[k] = \nabla^j u_{GPC}[k] - \nabla^{j-1} u_{GPC}[k-1], \quad j = 1, \dots, m. \quad (23)$$

## CAPACIDADE TEÓRICA DO GPC PARA REJEIÇÃO DE PERTURBAÇÕES

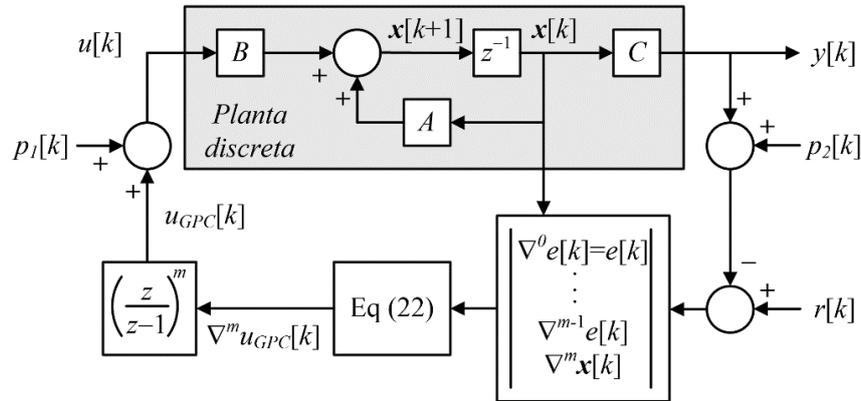
Um fato importante a considerar é que a lei de controle obtida em (23) foi deduzida utilizando um modelo em espaço de estado sem perturbação. Considerando que a planta é linear, a resposta da planta será a combinação da resposta para a lei de controle  $u_{GPC}[k]$  (sem perturbações) e a resposta às perturbações (com lei de controle zero). Sejam  $y_{GPC}[k]$  e  $y_{pert}[k]$  as respostas supracitadas, a resposta completa da planta será dada pela equação (24):

$$y[k] = y_{GPC}[k] + y_{pert}[k]. \quad (24)$$

O princípio de modelagem interna indica que se o modelo da referência (transformada de Laplace ou Z) estivesse embutido no controlador, a saída da planta vai rastrear aquela referência, sempre que o sistema seja estável (CORDERO et al., 2021b). Porém, o mesmo princípio indica que aquele controlador vai rejeitar perturbações cujos modelos também estivessem embutidos no controlador (Cheng, 1999). Por tanto, o Poly-GPC (com  $m$  integradores internos) vai rejeitar perturbações polinomiais de grau  $m - 1$ , teoricamente. Nesse caso,  $y_{pert}[k]$  vai tender a zero, rejeitando a perturbação.

A Figura 1 demonstra a estrutura do Poly-GPC com uma planta onde a entrada e a saída são perturbadas por distúrbios  $p_1(t)$  e  $p_2(t)$ , respectivamente, as quais são modeladas pelos sinais de tempo discreto  $p_1[k]$  e  $p_2[k]$ .

**Figura 1** –Poly-GPC considerando perturbações na entrada e saída da planta.



Fonte: Autores.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Simulações foram feitas no software MATLAB/SIMULINK. Uma planta SISO ordem 3 foi utilizada para efetuar os ensaios. A planta modela-se através do modelo em espaço de estado em tempo discreto definido em (4) e (5), considerando uma taxa de amostragem de 2500 Hz, sendo

$$A = \begin{bmatrix} 0,5109 & 0,3987 & 0 \\ -0,2113 & 0,8399 & 0 \\ -0,3727 & 0,3774 & 0,8162 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0,0903 \\ 0,3714 \\ 0,0872 \end{bmatrix} \text{ e}$$

$C = [0 \ 0 \ 1]$ . A referência é composta por sinais constantes, rampa e parabólicas, tal como mostrado na Figura 2. O tempo de simulação considerado foi de 3 segundos. Como o sinal de referência de maior ordem é uma parábola ( $m - 1 = 2$ ), o Poly-GPC necessitará três integradores ( $m = 3$ ) para efetuar um rastreamento assintótico da referência.

Equações (25) e (26) descrevem os dois sinais tipo degrau  $p_1(t)$  e  $p_2(t)$  que são utilizados como perturbações na entrada e saída da planta, respectivamente:

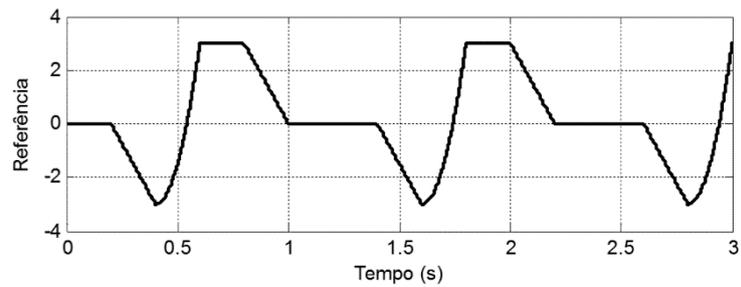
$$p_1(t) = \begin{cases} 0; & t < 0,7s \\ 0,5; & t > 0,7s \end{cases} \quad (25)$$

$$p_2(t) = \begin{cases} 0; & t < 1,2s \\ 0,5; & t > 1,2s \end{cases} \quad (26)$$

As Figuras 3 e 4 mostram o erro de rastreamento e lei de controle do GPC para  $p = 10$ ;  $c = 5$ ;  $r_w = 0,1$ . Pode-se observar que o erro em regime permanente é zero, independentemente do tipo de entrada. A perturbação de entrada (em  $t = 0,7$  s) teve um

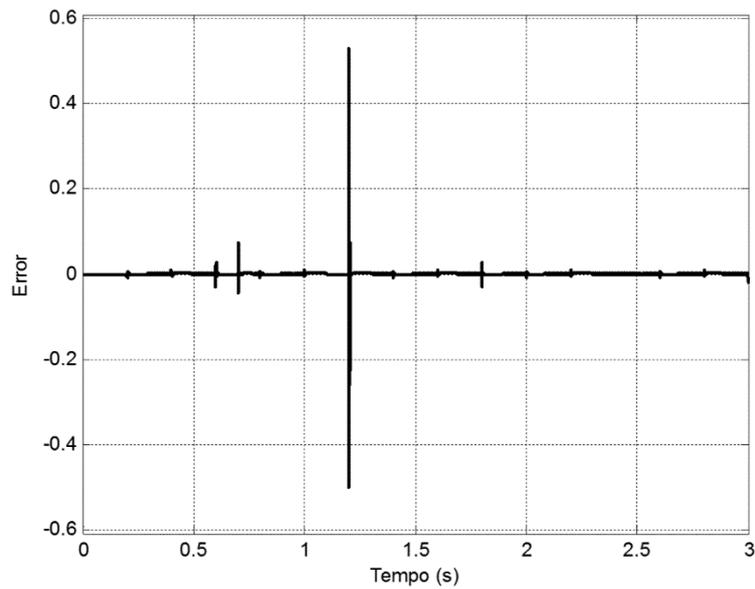
impacto mínimo no rastreamento da referência, e foi rapidamente rejeitada. A perturbação na saída teve um impacto maior (em  $t = 1,2$  s), porque a perturbação afeta diretamente a saída. Porém, a perturbação foi rejeitada. Pode-se observar na Figura 3 como a lei de controle tenta compensar a perturbação na saída em  $t = 1,2$  s.

**Figura 2:** Referência da planta.



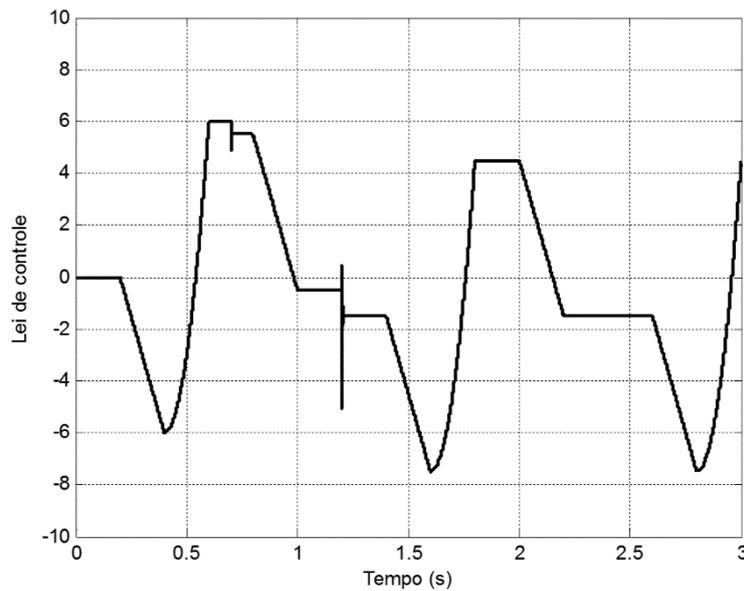
Fonte: Autores.

**Figura 3:** Erro de rastreamento para  $p = 10$ ;  $c = 5$ ;  $\tau_w = 0,1$ .



Fonte: Autores.

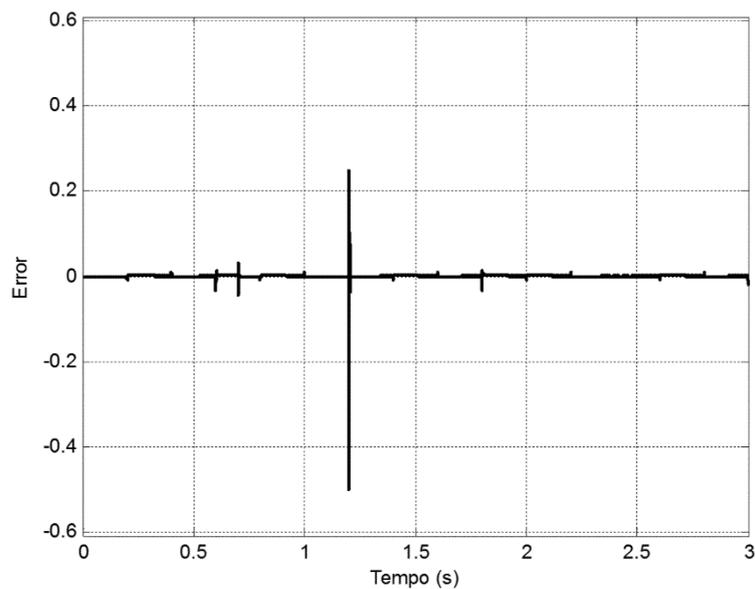
**Figura 4:** Lei de controle para  $p = 10$ ;  $c = 5$ ;  $r_w = 0,1$ .



Fonte: Autores.

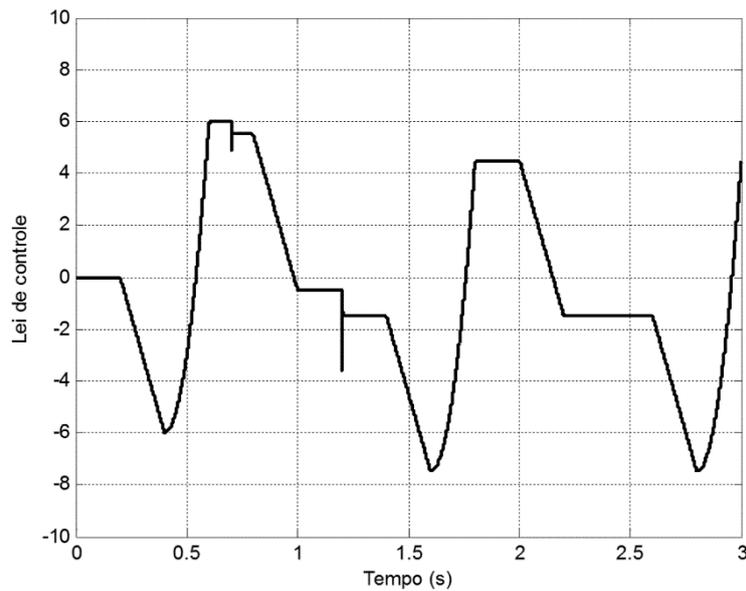
As Figuras 5 e 6 mostram os novos resultados para  $p = 20$ ,  $c = 2$ ,  $r_w = 0,02$ . Pode-se observar que o pico positivo de erro produzido pela perturbação na saída (em  $t = 1,1$  s) é menor em comparação do resultado anterior. O erro em regime permanente é ainda zero e as perturbações foram rejeitadas.

**Figura 5:** Erro de rastreamento para  $p = 20$ ;  $c = 2$ ;  $r_w = 0,02$ .



Fonte: Autores.

**Figura 6:** Lei de controle para  $p = 20$ ;  $c = 2$ ;  $r_w = 0,02$ .



Fonte: Autores.

## CONCLUSÕES

O presente artigo mostra como um controlador preditivo generalizado para rastreamento de referência polinomial tipo Poly-GPC. Os ensaios demonstram que o controlador pode rejeitar perturbações tipo degrau enquanto a saída rastreia a referência polinomial. A dinâmica da rejeição da perturbação depende dos parâmetros de sintonia do GPC. Sugere-se técnicas heurísticas para sintonizar os parâmetros do controlador, considerando tanto a resposta transitória do controlador como as características transitórias da saída quando uma perturbação afeta a planta.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

## REFERÊNCIAS

Azar, A.T. and Vaidyanathan, S. **Handbook of Research on Advanced Intelligent Control Engineering and Automation**, IGI Global, v. 1, 173-201, 2015.

CHEN, C.-H. **Linear System Theory and Design**, 3 Oxford University Press, 3<sup>rd</sup>, pp. 247-279, 1999.

CORDERO, R. et al. Ramp-tracking generalized predictive control system-based on second-order difference. **IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs**, v. 68, n. 4, p. 1283–1287, 1 abr. 2021a.

CORDERO, R. et al. Development of a Generalized Predictive Control System for Polynomial Reference Tracking. **IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs**, v. 68, n. 8, p. 2875–2879, 1 ago. 2021b.

CHHIPA, A. A. et al. Modeling and Control Strategy of Wind Energy Conversion System with Grid-Connected Doubly-Fed Induction Generator. **Energies**, v. 15, n. 18, 1 set. 2022.

CLARKE D. W., Generalized predictive control – part I. the basic algorithm, **Automatica**, vol. 23, no. 2, pp. 137–148, 1987a.

CLARKE D. W., Generalized predictive control – part II. extensions and interpretations, **Automatica**, vol. 23, no. 2, pp. 149–160, 1987b.

FAN, G. et al. Two-Layer Ring Truss-Based Space Solar Power Station. **Energies**, v. 15, n. 8, 1 abr. 2022.

KENNEDY, J. L., and Roland C. T. Prediction and control of alertness. II. Continuous tracking. **Journal of Comparative and Physiological Psychology**, v. 41, n. 3, 203-210, 1948.

LIN, Z. et al. An Electro-Pneumatic Force Tracking System using Fuzzy Logic Based Volume Flow Control. **Energies**, v. 12, n. 20, 22 out. 2019.

LIU, X.; FENG, L.; KONG, X. A Comparative Study of Robust MPC and Stochastic MPC of Wind Power Generation System. **Energies**, v. 15, n. 13, 1 jul. 2022.

MAJOUT, B. et al. A Review on Popular Control Applications in Wind Energy Conversion System Based on Permanent Magnet Generator PMSG. **Energies MDPI**, v. 15, n. 17, 1 set. 2022.

SEGUEL, J. L.; SELEME, S. I.; MORAIS, L. M. F. Comparative Study of Buck-Boost, SEPIC, Cuk and Zeta DC-DC Converters Using Different MPPT Methods for Photovoltaic Applications. **Energies**, v. 15, n. 21, 26 out. 2022.

TRAVIS, R. C. Prediction and control of alertness. II. **Continuous tracking**. **Journal of Comparative and Physiological Psychology**, v. 41, n. 3, 203-210, 1948

TU, Y. C., “**Transportation of sediment by flowing water**”, PhD, Iowa, 1934.

WANG L., **Model Predictive Control System Design and Implementation Using Matlab**. Springer, London, 1 ed., 2009.

*Recebido em: 21/10/2022*

*Aprovado em: 25/11/2022*

*Publicado em: 01/12/2022*